Trabajo Practico Nª 8

Tema: Producto – Cociente – Potencia de números complejos

Hasta el día de hoy se vio la suma y la resta de números complejos, ahora veremos el producto de complejos para ello recordaremos la propiedad distributiva de una multiplicación por lo tanto el PRODUCTO DE COMPLEJO se debe tener en cuenta LA LEY DE CIERRE Y CLAUSURA que dice que “si se multiplican dos complejos se obtiene otro complejo por lo tanto :

$\left(2+3i\right).\left(-3-4i\right)= $por propiedad distributiva a

 $=\left(-6-9i-8i-12i^{2}\right)= $como $12i^{2}= 12.$(-1)= -12 por lo tanto el resultado es $\left(-6-9i-8i+12\right)= \left(6-17i\right)$

Producto de complejos conjugados:

Por ejemplo $\left(3+4i\right). \left(3-4i\right)=$ esto es un producto de complejos conjugados y no hace falta aplicar la propiedad distributiva porque podemos aplicar la reciproca de la diferencia de cuadrados quinto cado de factoreo es decir

 $\left(3+4i\right). \left(3-4i\right)= \left(3^{2}-\left(4i\right)^{2}\right)= 3^{2}+4^{2}=25 $ por lo tanto cada vez que te den una multiplicación de complejos conjugados se resuelve así : $\left(4+2i\right). \left(4-2i\right)=4^{2}+2^{2}=20$

Entonces el producto de complejos conjugados es “un número real igual a la suma de los cuadrados de las componentes”.

Cociente de complejos:

Por ejemplo $\frac{4+2i}{3\pm 2i}= $para resolver una división se aplica la propiedad de la inalterabilidad de una fracción “ que dice que si se multiplica al numerador y al denominador por un mismo numero la fracción no altera “ . Por lo tanto , si al cociente dado se multiplica al numerador y el denominador por la conjugada del denominador la fracción no altera., entonces $\frac{4+2i}{3+2i}= \frac{\left(4+2i\right).\left(3-2i\right)}{\left(3\pm 2i\right).(3-2i)}=$ como podrán observar en el numerador aplicamos la propiedad distributiva vista anteriormente y el denominador el producto de complejos conjugados , entonces $= \frac{\left(4+2i\right).\left(3-2i\right)}{\left(3\pm 2i\right).(3-2i)}=\frac{12+6i-8i-4i^{2}}{3^{2}+2^{2}}=\frac{16-2i}{13}=\frac{16}{13}-\frac{2i}{13}$

Potencia de Complejos

Para resolver una potencia de complejo utilizaremos la definición de potencia, es decir si se quiere calcular

$\left(4-2i\right)^{2}=\left(4-2i\right).\left(4-2i\right)= $aplicando la propiedad distributiva se tiene = $16-8i-8i+4i^{2}=16-8i-8i-4=12-16i $ , también se puede aplicar la regla del cuadrado de un binomio

$\left(a+b\right)^{2}= a^{2}$+2.a.b + $b^{2}$, por lo tanto

 $\left(4-2i\right)^{2}=4^{2}+2 .4 .\left(-2i\right)+\left(-2i\right)^{2}=16-8i-4=12-8i $, como ustedes verán es lo mismo

En forma análoga para resolver la siguiente potencia

$$\left(2-3i\right)^{3}=\left(2-3i\right).\left(2-3i\right).\left(2-3i\right)=\left(4-6i-6i+\left(-3i\right)^{2}\right).\left(2-3i\right)=$$

$=\left(-5-12i\right).\left(2-3i\right)=(-10-24i+15i+36\left(i\right)^{2}= -46-9i$ , también se puede aplicar la regla del Cubo de un binomio

 $\left(a+b\right)^{3}=a^{3}+3.a^{2}.b+3.a .b^{2}+ b^{3}$ por lo tanto

$$\left(2-3i\right)^{3}=2^{3}+3.2^{2}.\left(-3i\right)+3.2 .\left(-3i\right)^{2}+ \left(-3i\right)^{3}=$$

$=8-36i-54+27i= -46-9i$ , como ustedes podrán observar los resultados son los mismos.

Para su mejor entendimiento hacer click

<https://youtu.be/1LCiuis7rZE>

Ejercicios de Aplicación

Dados los siguiente complejos

$$Z\_{1=}\left(2-i\right) ; Z\_{2}=\left(-3+2i\right) ; Z\_{3}=(-1-2i)$$

Calcular :

a) $Z\_{1}.Z\_{2}. Z\_{3}=$ b) $\frac{Z\_{1}}{Z\_{3}}=$ c) $\frac{Z\_{2}}{Z\_{1}}$ d) $Z\_{1}^{2}=$ d) $Z\_{2}^{3}=$ e) $\frac{ Z\_{3}^{2}}{ Z\_{1}^{3}}$

Resolver aplicando todo lo que aprendiste

1. $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}i\right).\left(2- \frac{1}{2}i\right)+\left(\frac{1}{4}-2i\right)^{2}.\left(1-i\right)-\frac{\left(4-2i\right)}{\left(1+i\right)^{2}}= $
2. $\left(3-2i\right)^{2}.\left(1+2i\right)-\frac{\left(4-2i\right)}{1+i}$