**TRABAJO PRACTICO N°9**

**FUNCIONES TRIGONOMETRICAS**

Si en el plano consideramos un sistema de coordenadas cartesianas , una circunferencia con centro en el sistema y un ángulo centrado , el lado libre de dicho ángulo corta a la circunferencia en el punto P de coordenadas (x ,y) y determina un triángulo rectángulo OMP.

 P

 = y

 = O x M

Con la ordenada, abscisa y radio vector se puede definir las seis funciones trigonométricas:

SENO DE UN ANGULO: es el cociente entre la ordenada y el radio vector

sen

COSENO DE UN ANGULO: es el cociente entre la abscisa y el radio vector.

cos

TANGENTE DE UN ANGULO: es el cociente entre la ordenada y la abscisa.

tg

COSECANTE DE UN ANGULO: es el cociente entre el radio vector y la ordenada.

cosec

SECANTE DE UN ANGULO: es el cociente entre el radio vector y la abscisa.

sec

COTANGENTE DE UN ANGULO: es el cociente entre la abscisa y la ordenada .

cotg

**SIGNOS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMETRICAS**

Las coordenadas del punto P pueden ser positivas o negativas porque dependen del cuadrante donde se encuentren. El radio vector por convención es positivo en los cuatro cuadrantes. Por lo tanto, el signo de las razones trigonométricas dependerá del cuadrante se encuentre situado el ángulo.



Resumen de los signos de las funciones trigonométricas:

 

**VALORES DE LAS FUNCIONES TRIGONOMETRICAS 0°,30°,45°,60°,90°**

Cuando se trata de los ángulos anteriormente nombrados existen ciertas relaciones trigonométricas que permiten calcular con exactitud el valor numérico de las funciones trigonométricas de los ángulos.

Los valores que figuran en el pueden recordarse sabiendo que los senos de los ángulos de 0°, 30°, 45°,60° y 90° son respectivamente iguales a la mitad de las raíces cuadradas de 0, 1, 2, 3 y 4 y los cosenos de 90°, 60°, 45°, 30°, 0° son respectivamente iguales a los valores de los senos.

La tercera fila que corresponde a las tangente de 0°, 30°, 45°, 60° y 90 se obtiene dividiendo los números correspondientes a seno y coseno de dicho ángulo.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ANGULOS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° |
| Sen |  |  |  |  |  |
| Cos | 1 |  |  |  | 0 |
| Tg | 0 |  | 1 |  |  |
| Cotg |  |  | 1 |  | 0 |
| Sec | 1 |  |  | 2 |  |
| Cosec |  | 2 |  |  | 1 |

**ECUACIONES TRIGONOMETRICAS**

Inicialmente observamos el siguiente video**:** [**https://www.youtube.com/watch?v=h5XmTxDOcl8**](https://www.youtube.com/watch?v=h5XmTxDOcl8)

Definimos como aquellas ecuaciones en donde la incógnita, se ve afectada por una función trigonométrica, es decir, dicha incógnita es el ángulo de la función trigonométrica

No existe un método general para solucionar una ecuación trigonométrica.

Generalmente, se transforma toda ecuación de manera tal que obtengamos expresada en una sola función trigonométrica y entonces se resuelve como una ecuación algebraica cualquiera.

Como a veces debemos elevar el cuadrado ambos miembros de dicha ecuación o al dividirlos por una expresión se introducen soluciones no comunes. Por consiguiente se debe comprobar las soluciones obtenidas en la ecuación dada.

Resuelta la ecuación algebraicamente básicamente por pasaje de términos nos queda solucionar la parte trigonométrica, conociendo el valor de la función trigonométrica de un ángulo así se determina cuál es ese ángulo.

Cabe destacar que en el intervalo [ 0°, 360°] que es en cual vamos a trabajar hay dos ángulos para los cuales una función trigonométrica tiene el mismo valor y signo. ( signos de las funciones trigonométricas)

Para calcular dicho ángulo según el cuadrante donde se encuentra tener en cuenta el siguiente esquema:

 II C. 180° -

 III C. 180° + IV C. 360° -

**Ejemplo 1:**

**Sen x =**

 x = arc sen =

x1 = 60°

Obtenemos el ángulo que verifica la ecuación utilizando la función sin -1 de la calculadora científica o como se observa en la tabla de valores especiales.

Como el seno también es positivo en el segundo cuadrante ( signos de las funciones trigonométricas) entonces:

X2 =  180 ° - = 180° - 60 ° = 120°

S = { 60°, 120° }

**Ejemplo 2:**

Cos x =

 X = arc cos ( -

X = - 60 °

Como el coseno es negativo en el segundo y en el tercer cuadrante entonces:

X1 = 180° - = 180° - 60 ° = 120°

X2 =  180 ° + = 180° + 60 ° = 240°

S = { 120°, 240° }

**Ejemplo 3 :**

Sen 2 x =

Sen x =

 X = arc sen

 X = arc sen

 x1 = 45 °

Como el seno también es positivo en el segundo cuadrante entonces:

X2 =  180 ° - = 180° - 45 ° = 135°

 X = arc sen

 x1 = - 45 °

Como el seno es negativo en el tercer y cuarto cuadrante entonces:

 X3 =  180 ° + = 180° + 45 ° = 225°

 X4 =  360 ° - = 360° - 45 ° = 315°

S= {45°, 135°, 225°, 315°}

**Ejemplo 4:**

 Sen x – 1 = 0

 Sen x = 0

 x = arc sen 1

 x = 90°

 Otro posible valor que verifique la ecuación es el valor opuesto a 90° o sea 270° y verificamos con la calculadora la solución.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Sin | 270 | ° ´ ´´ | = | * 1
 |

Como nos da -1 entonces no es solución.

S = { 90° }

**Ejemplo 5 =**

|  |
| --- |
| **Revisión de ecuación de 2do grado**Una ecuación de segundo grado es toda expresión de la forma:     **ax² + bx +c = 0 con a ≠ 0.**Se resuelve mediante la siguiente fórmula:https://www.superprof.es/apuntes/wp-content/uploads/2019/05/1-15577565075923-6867.gif |

Reemplazando en la formula

 = 1

 =

Sen x = 1 sen x =

 x= arc sen 1 x= arc sen

 x = 90° x= - 30 °

Otro posible valor que verifique la ecuación es Como el seno es negativo

el valor opuesto a 90° o sea 270° y verificamos en el tercer y cuarto cuadrante

con la calculadora si es solución: entonces:

 Sin 270 ° = -1 X3 =  180 ° + = 180° + 30 ° = 210°

Como nos da -1 entonces no es solución. X4 = 360° - = 360° - 30° = 330°

S = {90°, 210°, 330}

-Se recomienda observar los siguientes videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=Fq4SD2cWTQE>

<https://www.youtube.com/watch?v=TO0N9Qp7JO4>

**ACTIVIDAD**

1. Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas.
2. 2 cos x – 1 = 0
3. 4 sen 2  x – 1 = 0
4. sen 2x = cos 60°
5. 1- 2 cos2 x = 0
6. sen2 x – cos 2 x =
7. 2 tg 2 x – tg x = 6 – 3